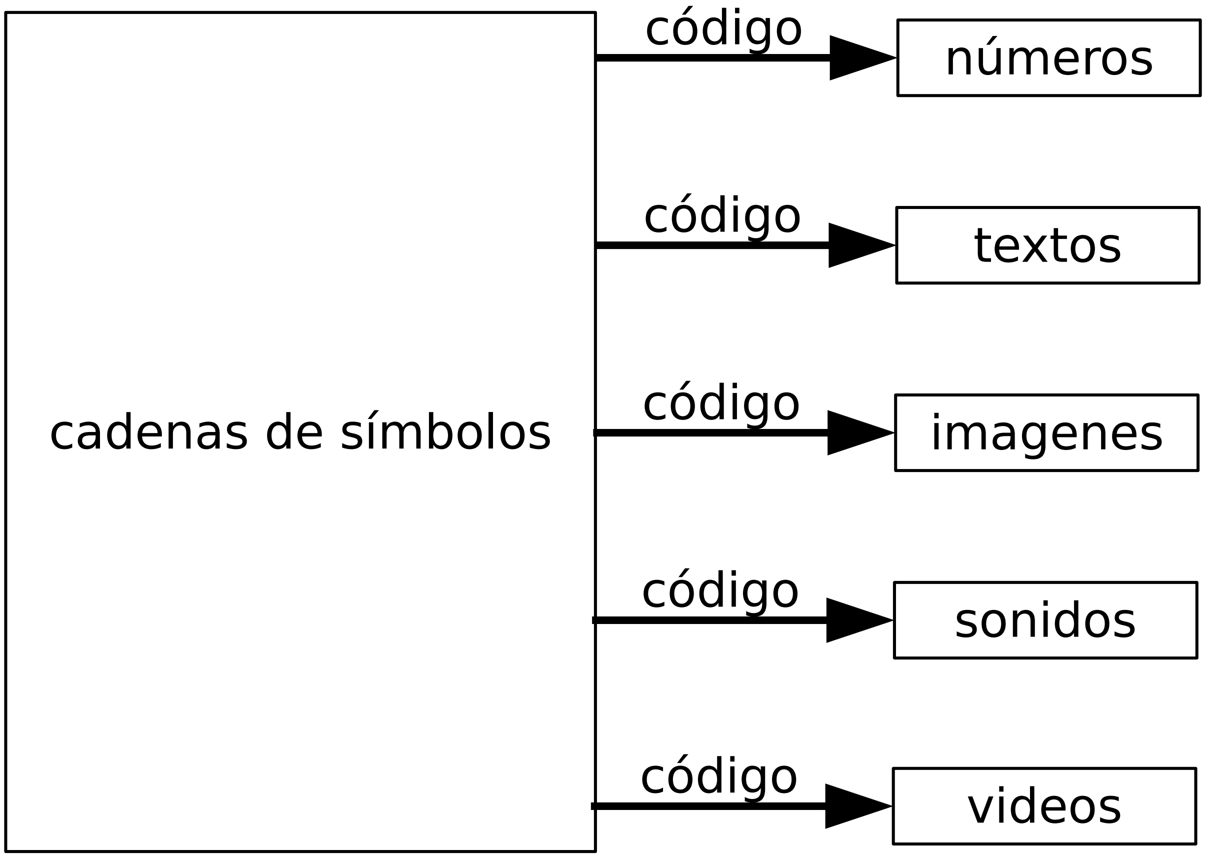
Tema 3
Codificación digital

Contenidos

- Codificación digital
- Códigos de numeración básicos
    - Códigos posicionales
    - Códigos Gray
    - Códigos one-hot
- Códigos de codificación de caracteres
    - ASCII
    - ISO/IEC-8859-15
    - 7 segmentos
    - BCD
- Códigos de detección de errores
    - Códigos de paridad

Codificación digital

- Un código es una función cuyo origen es un conjunto de cadenas de símbolos
- Se utilizan distintos códigos para representar cosas de distinta naturaleza como números, letras, colores ...



Códigos de numeración básicos

- Un sistema de numeración es un código que utiliza cadenas de símbolos para representar números. A estas cadenas se les denomina *numerales*.
- En algunos sistemas de numeración algunos de los símbolos (denominados *dígitos*) tienen asociado un valor entero. Por ejemplo, el sistema de numeración arábigo (decimal) tiene diez dígitos que tienen asociados los valores enteros en el rango [0,9].
- El número que representa un numeral depende del sistema de numeración utilizado. Por ejemplo, el numeral "II" representa el número dos en el sistema de numeración romano, mientras que en el sistema de numeración arábigo representa el once.
- A menudo usaremos la notación `numeral`$_{\texttt{(código}}$

Códigos posicionales

Los sistemas de representación posicional de magnitudes son sistemas de numeración en los que:

- Al número de elementos del conjunto de dígitos se le denomina *base*. Sea *b* dicha base, cada dígito tiene asignado de forma unívoca un valor de $\mathbb{Z}_b$ (es decir, del conjunto $\{0,1,2,..,b\text{-}1\}$).
- Cada posición ocupada por un dígito en una cadena tiene asignada una potencia entera de la base denominada *peso*.
- El peso asociado a una posición ocupada por un dígito es *b* veces mayor que el de la posterior ocupada por un dígito (si existe).
- El valor absoluto del número que representa un numeral se obtiene multiplicando cada peso por el valor asociado al dígito que ocupa la posición correspondiente y sumando los resultados de las multiplicaciones.

Códigos posicionales

- Ejemplo de sistema de representación posicional: el sistema arábigo decimal.
  - Base: 10
  - Conjunto de dígitos: {'0','1','2','3','4','5','6','7','8','9'}
  - '0' tiene asociado el valor cero, '1' el uno, '2' el dos, '3' el tres, '4' el cuatro, '5' el cinco, '6' el seis, '7', '8' el ocho y '9' el nueve.

Códigos posicionales

- Ejemplo: veamos que representa el numeral "5734" en el sistema arábigo.

$$5 \times \boxed{10}^{3} + 7 \times 10^{2} + 3 \times \boxed{10^{1}} + 4 \times \boxed{10^{0}} = 5734$$

base

unidades de millar

pesos

posiciónes de los dígitos: 3 2 1 0

valores de los dígitos: 5 7 3 4

Códigos posicionales

Bases interesantes

- Base 2 (Binario natural)

  Digitos: {'0', '1'} (BITS, BInary digiTs)

  $010011_{(2}=0x2^5+1x2^4+0x2^3+0x2^2+1x2^1+1x2^0=19_{(10}$

- Base 8 (Octal)

  Digitos: {'0','1','2','3','4','5','6','7'}

  $47_{(8} = 39_{(10}$

- Base 16 (Hexadecimal)

  Digitos:{'0','1','2','3','4','5','6','7','8','9','A','B','C','D','E','F'}

  $2A_{(16} = 42_{(10}$

Códigos posicionales

Representar un entero positivo *X* en cualquier base

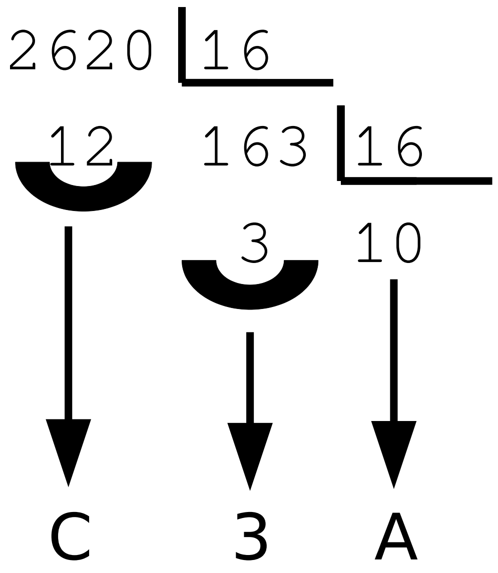
- Los códigos posicionales que hemos visto asignan b^0 (1) al menor peso, lo que implica que sólo permiten representar números enteros. En estos códigos para representar un entero positivo *X* se hace lo siguiente:

- Si *X* es menor que la base se representa con una cadena que sólo tiene su dígito asociado.

- Si no, sea *C* el cociente de dividir *X* entre la base y sea *R* el resto, la representación de X se obtinene concatenando la representación de *C* con el dígito asociado a *R*.

Códigos posicionales

Ejemplo: Representar 2620 en hexadecimal



$A3C_{(16} = 2620_{(10}$

Códigos posicionales

Transformaciones de base especiales

Base 2 a Base 16: $\boxed{16} = 2^4$

$010011_{(2} = 0001\ 0011_{(2} = 13_{(16}$

Base 16 a Base 2:

$A\ 7_{(16} = 1010\ 0111_{(2}$

Base 2 a Base 8: $\boxed{8} = 2^3$

$010011_{(2} = 010\ 011_{(2} = 2\ 3_{(8}$

Base 8 a Base 2:

$3\ 7_{(8} = 011\ 111_{(2}$

Códigos posicionales

Códigos para representar números no enteros

- El menor peso de un código posicional *de punto fijo con K dígitos para la parte fraccionaria* es b^{-K} ($K \in \mathbb{N}$). Esto le permite representar números no enteros.
- En otros códigos las posiciones no tienen siempre asignado el mismo peso. Por ejemplo, en sistemas como el arábigo decimal (b=10) se usa un símbolo especial denominado “delimitador decimal” (usualmente el punto o la coma) con este convenio:
    - Puede aparecer una sola vez y, de hacerlo, la posición de su izquierda tiene el peso b^0 y la de su derecha el peso b^{-1}.
    - Si no aparece, la posición de más a la derecha tiene peso b^0.

Códigos posicionales

- Ejemplo 1: veamos que representa los numerales "15734" y "78463" en un código de punto fijo base 10 con 2 dígitos para la parte fraccionaria.

$$1\times10^{2} + 5\times10^{1} + 7\times10^{0} + 3\times10^{-1} + 4\times10^{-2} = 157.34$$

$$7\times10^{2} + 8\times10^{1} + 4\times10^{0} + 6\times10^{-1} + 3\times10^{-2} = 784.63$$

- Es como si el código estableciese que hay un punto implícito en una posición fija del numeral. En este ejemplo sería a la izquierda de los 2 dígitos menos significativos.

Códigos posicionales

- Ejemplo 2: veamos que representa el numeral “01011110” en un código de punto fijo base 2 con 3 bits para la parte fraccionaria.
- Es como si hubiese un punto a la izquierda de los 3 bits menos significativos.

0	1	0	1	1	1	.	1	1	0

entera **fraccionaria**

$$0\times2^{5}+1\times2^{4}+0\times2^{3}+1\times2^{2}+1\times2^{1}+1\times2^{0}+1\times2^{-1}+1\times2^{-2}+0\times2^{-3} =$$

$$23 + 0.75 = 23.75$$

Códigos posicionales

Para representar (de forma aproximada) un número positivo X en base b con K dígitos para la parte fraccionaria hacemos lo siguiente:

- Tomamos la parte fraccionaria de X, f, y la representación en base b de la parte entera de X, E.
- Si K=0 el numeral que buscamos es simplemente E.
- Si K>0 el numeral que buscamos se obtiene concatenando E con la representación de ($f \times b$) en base b con K-1 dígitos para la parte fraccionaria.

Códigos posicionales

Ejemplo: Representar 3.25 en base 2 con 3 bits para la parte fraccionaria

3.25

$0.25 \times 2 = 0.5$

$0.5 \times 2 = 1.0$

$0.0 \times 2 = 0.0$

$3.25_{(10} = 11.010_{(2}$

Códigos posicionales

En un sistema de numeración posicional en base *b* entero (es decir, el peso más pequeño es 1):

- ¿cuantas cadenas de *n* dígitos existen?
- ¿cual es el número más grande que puede representarse usando *n* dígitos?

Códigos Gray

Número	1 bit	2 bits	3 bits	4 bits
0	0	00	000	0000
1	1	01	001	0001
2		11	011	0011
3		10	010	0010
4			110	0110
5			111	0111
6			101	0101
7			100	0100
8				1100
9				1101
10				1111
11				1110
...				...

- Son de longitud fija *n*.
- Codificas enteros positivos en el rango $[0,2^n-1]$.
- Las palabras asociadas a números consecutivos sólo se diferencian en 1 bit (distancia 1).
- La tabla del código de *n* bits se construye reflejando la tabla del código de *n*-1 bits.

Códigos *one-hot*

Número	Código
0	00000001
1	00000010
2	00000100
3	00001000
4	00010000
5	00100000
6	01000000
7	10000000

- Son de longitud fija
- Cada palabra del código sólo tiene un bit a 1
- Ventajas:
  - Fácil de decodificar
  - Permite detección de errores
- Inconvenientes
  - Palabras del código con número elevado de bits

Códigos de codificación de caracteres

- ¿cuantas cadenas de *n* bits existen?
- ¿cuantos bits se necesitan para codificar *X* caracteres distintos?

Código ASCII

Diseñado inicialmente para su uso en teletipos

American Standard Code for Information Interchange (ASCII)

	$B_7B_6B_5$							
$B_4B_3B_2B_1$	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NULL	DLE	SP	0	@	P	`	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
1001	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	|
1101	CR	GS	-	=	M	]	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

Código ISO/IEC-8859-15

ASCII

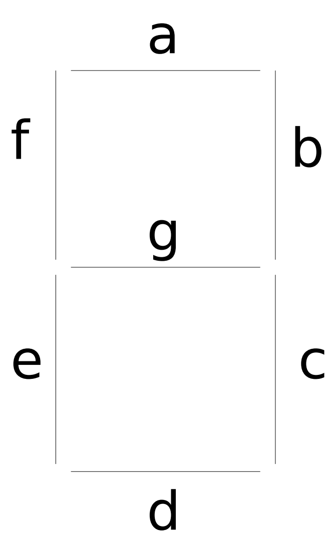
extensión

ISO-8859-15																
	x0	**x1**	**x2**	**x3**	**x4**	**x5**	**x6**	**x7**	**x8**	**x9**	**xA**	**xB**	**xC**	**xD**	**xE**	**xF**
0x	NUL	SOH	STX	ETX	EOT	ENQ	ACK	BEL	BS	HT	LF	VT	FF	CR	SO	SI
1x	DLE	DC1	DC2	DC3	DC4	NAK	SYN	ETB	CAN	EM	SUB	ESC	FS	GS	RS	US
2x	SP	!	"	#	$	%	&	'	(	)	*	+	,	-	.	/
3x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	<	=	>	?
4x	@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
5x	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[	\	]	^	_
6x	`	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
7x	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{	|	}	~	DEL
8x	PAD	HOP	BPH	NBH	IND	NEL	SSA	ESA	HTS	HTJ	VTS	PLD	PLU	RI	SS2	SS3
9x	DCS	PU1	PU2	STS	CCH	MW	SPA	EPA	SOS	SGCI	SCI	CSI	ST	OSC	PM	APC
Ax	NBSP	¡	¢	£	€	¥	Š	§	š	©	ª	«	¬	SHY	®	¯
Bx	°	±	²	³	Ž	µ	¶	·	ž	¹	º	»	Œ	œ	Ÿ	¿
Cx	À	Á	Â	Ã	Ä	Å	Æ	Ç	È	É	Ê	Ë	Ì	Í	Î	Ï
Dx	Ð	Ñ	Ò	Ó	Ô	Õ	Ö	×	Ø	Ù	Ú	Û	Ü	Ý	Þ	ß
Ex	à	á	â	ã	ä	å	æ	ç	è	é	ê	ë	ì	í	î	ï
Fx	ð	ñ	ò	ó	ô	õ	ö	÷	ø	ù	ú	û	ü	ý	þ	ÿ

https://es.wikipedia.org/wiki/ISO/IEC_8859-15

Códigos siete segmentos

7 Segmentos



Dígito	Código 7-Seg abcdefg
0	1111110
1	0110000
2	1101101
3	1111001
4	0110011

Dígito	Código 7-Seg abcdefg
5	1011011
6	0011111
7	1110000
8	1111111
9	1110011

Código BCD

Dígito	Código BCD
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100

Dígito	Código BCD
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

Ejemplo: 0110 representa '6'

Códigos de detección de errores

- Cuando una cadena de bits se transmite, se escribe o se lee de un dispositivo, una parte puede alterarse (errores).
- Hay mecanismos para intentar detectar esos errores.
- Para ello, las cadenas de bits se codifican usando otras cadenas de bits más largas.
- El número de bits redundantes es la diferencia entre la longitud de la palabra del código y la longitud de la palabra que codifica.

Códigos de paridad

- Son códigos simples de detección de errores.
- Se añade un bit, denominado **bit de paridad,** a la palabra que se quiere codificar. Puede hacerse de dos formas:

  1. Paridad Par: El número total de 1s debe ser par.
  2. Paridad impar: El número total de 1s debe ser impar.

- Ejemplo: Codificar palabras de cuatro bits añadiendo a la izquierda un bit de paridad:

Palabra a codificar	Bit paridad par	Códif. con paridad par	Bit paridad impar	Códif. con paridad impar
0000	0	0 0000	1	1 0000
1011	1	1 1011	0	0 1011

Autoevaluación

Haga los ejercicios 1, 2, 3, 4 y 5 de
https://www.dte.us.es/docencia/etsii/gii-ti/cedti/problemas/problemas-4.pdf/at_download/file