CIRCUITOS ELECTRÓNICOS DIGITALES

GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA – TECNOLOGÍAS INFORMÁTICAS

BOLETÍN DE PROBLEMAS 3

P1.-Una tabla de verdad debe listar todos los valores binarios de las variables independientes.

1) Haga la tabla de verdad de 1 variable, a.
2) Haga la tabla de verdad de 2 variables, a y b.
3) Haga la tabla de verdad de 3 variables, a, b y c.
4) Observe que **número total de casos para "n" variables es 2^n casos**.
5) Compruebe que, en cada tabla, **cualquier variable toma el valor 0 en la mitad de los casos y toma el valor 1 en la otra mitad**.

P2.-Escriba la tabla de verdad de $Y = \overline{X}$. A continuación escriba la tabla $Z = \overline{Y}$. ¿Cuál es la relación entre Z y X? Encuentre el postulado o teorema del álgebra de conmutación que recoge esta propiedad.

Dibuje un cronograma de X, Y y Z siendo X una señal binaria periódica de 1 KHz con un *duty cycle* del 25% (*duty cycle*: tiempo que permanece la señal en valor 1 respecto del periodo completo).

P3.-Escriba las tablas de OR(a,b) y de XOR(a,b) ¿Qué diferencia a ambas operaciones? ¿Son ambas conmutativas?

1) Escriba un cronograma donde los valores de a y b sigan periódicamente la secuencia ab: 00 → 01 → 10 → 11, dibujando las formas de onda de OR(a,b) y de XOR(a,b).
2) Repita si la secuencia es ab: 00 → 01 → 11 → 10. Este orden corresponde al denominado **código Gray de 2 variables**.
3) Cualquiera de esas dos secuencias de entrada pasa por los cuatro valores binarios posibles, pero ¿cuál de posee menos cambios? Cuente, también, el número de conmutaciones (entradas más salidas) que tienen lugar en cada caso.

P4.-Construya la tabla de verdad de Y = (a + b) + c (donde + denota OR). Ahora construya Z = a + (b + c). Verifique que Z = Y, concluyendo que la operación OR cumple la propiedad asociativa (encuéntrela como postulado o teorema del álgebra de conmutación).

1) Escriba un cronograma para la secuencia abc: 000 → 001 → 010→ 011 → 100 → 101 → 110 → 111
2) Repita para abc: 000 → 001 → 011→ 010 → 110 → 111 → 101 → 100. Este orden corresponde al denominado **código Gray de 3 variables**.
3) De forma similar a antes, cualquiera de esas secuencias pasa por los 8 posibles valores binarios de tres variables. ¿Para cuál de ellas hay que hacer menos cambios de entrada? ¿Cuál de ellas produce más cambios totales (de entrada y de salida)?

P5.-Repita el problema anterior para la operación AND, verificando que (a·b)·c = a·(b·c) (donde · denota AND).

P6.-Una interesante **aplicación de XOR** es considerar una entrada como control de la operación. Para ello, observe la tabla y escriba a qué es igual $z = 0 \oplus x$. Repita para $z = 1 \oplus x$. Concluya para qué sirve una puerta XOR (c, x) si "c" es un bit de control. ¿Se le ocurre una aplicación similar para AND u OR?

P7.-Repita el problema 4 para la operación XOR. Verifique que cumple la propiedad asociativa.

1) Observe la tabla de verdad de $a \oplus b \oplus c$ y verifique que se hace 1 cuando hay un número impar de 1 en las entradas (a, b, c).
2) Observe ahora la tabla de verdad de XOR de dos variables, $a \oplus b$, y verifique que también se hace 1 cuando hay un número impar de 1 en las entradas (a, b). Obtenga una expresión algebraica para la XOR mediante AND, OR y NOT.
3) Razone si es verdadero que **XOR(x_{n-1}, x_{n-2}, …, x_1, x_0) se hace 1 cuando hay un número impar de 1 en las entradas (x_{n-1}, x_{n-2}, …, x_1, x_0).**

P8.-Observe las tablas de verdad de AND(a, b) y de OR(a, b). Verifique si se cumple lo siguiente y, en su caso, encuentre si hay una propiedad o teorema del álgebra que lo recoge:

1) Si alguna entrada es 0 el resultado de AND es obligatoriamente 0. De aquí que se diga que el **0 es dominante** en la operación **AND**.
2) Si una entrada es 1 el resultado de AND coincide con la otra variable. Es como si el 1 no actuara.
3) Con respecto a la OR ocurre lo contrario: si hay un 1 de entrada el resultado es 1 (el **1 es dominante** en la operación **OR**), mientras que un 0 deja pasar la otra entrada.
4) Si a = b, entonces el resultado de salida AND y OR coinciden con la entrada.
5) ¿Qué ocurre en XOR(a, b) si a=b?

P9.-Considere las operaciones complemento a las anteriores, NAND y NOR:

1) Escriban las tablas de 2 y de 3 variables para NAND y para NOR.
2) ¿Qué valor tiene cada puerta como elemento dominante?
3) Si en una NAND (o NOR) se conectan todas las entradas a la misma variable, ¿qué operación realiza?
4) Para "n" variables, (x_{n-1}, x_{n-2},…, x_1, x_0), ¿es posible escribir la tabla de NAND usando solo dos filas? Repita para NOR.
5) En el apartado 1) ha escrito la tabla de verdad de NAND (lo mismo para NOR) de 3 variables. Verifique si la operación NAND (NOR) cumple la propiedad asociativa.

P10.- La operación NOT de una XOR puede **definirse como NXOR**: NXOR (a,b,c,…) = NOT [XOR (a, b, c,…)]. Por otra parte, definimos la **equivalencia de dos variables**, EQV (a, b), que representaremos por el operador $\odot$, EQV (a, b) = $a \odot b$, como la función que se hace 1 cuando a = b y se hace 0 cuando $a \neq b$ (lo que es una definición opuesta a XOR (a, b)).

1) Verifique que $a \odot b = \overline{(a \oplus b)}$ [esto es, que EQV (a,b) = NXOR(a,b)].
2) Verifique que EQV cumple la propiedad asociativa: $(a \odot b) \odot c = a \odot (b \odot c)$.
3) Verifique que EQV (a, b, c) = XOR (a, b, c). Obtenga qué relación tiene con NXOR(a, b, c).
4) Compruebe si la **EQV de "n" variables** es una función que **se hace 1 si hay un número par de ceros en las entradas**.

P11.- Desarrolle las siguientes expresiones de conmutación aplicando las leyes distributivas:

1) $Z = a\cdot(b+\overline{c}) + (\overline{a} + /d) \cdot(b+\overline{c})$
2) $Z = \overline{a} + b\cdot\overline{c}\cdot d$
3) $Z = (a + b\cdot c\cdot\overline{d})\ (a+c)$
4) $Z = a\cdot\overline{b} + a\cdot(b+c) + d\cdot a$
5) $Z = a + (c \oplus b)$
6) $Z = a \cdot (b \oplus c)$

P12.-Demuestre algebraicamente los siguientes teoremas del álgebra de conmutación (esto es, en la demostración debe usar sólo los postulados y, a medida que vaya avanzando, los teoremas previamente demostrados):

1) Ley de idempotencia.
2) Ley de absorción.
3) Ley del consenso.
4) Ley de De Morgan

P13.-Demuestre todos los teoremas del álgebra de conmutación usando las tablas de verdad.

P14.-Una de las leyes de De Morgan conecta la negada de la operación AND con la operación OR de las variables negadas: $\overline{a \cdot b \cdot c} = \overline{a} + \overline{b} + \overline{c}$

1) Represente gráficamente esta ley (esto es, como circuitos usando como símbolos para las puertas tanto el estándar IEEE como el clásico).
2) Verifique que la operación **NAND no es asociativa**, NAND[$\overline{a \cdot b} \cdot c$] ≠ NAND[$a \cdot \overline{b \cdot c}$]
3) Pinte cronogramas para uno y otro miembros de la igualdad.

P15.-Repita el problema anterior para la otra ley de DeMorgan, la que liga NOR con AND.

P16.-Suponga que tiene sólo puertas NAND (o NOR) de 3 entradas. Dibuje el circuito para conseguir una:

1) NAND(a, b)
2) NAND(a,b,c,d,e)
3) OR(a, b, c)
4) AND (a, b, c, d, e, f)
5) Para cada una de las soluciones, cuente el número de puertas y el número de conexiones que debe emplear (esto se conoce como el **coste del circuito**).
6) Supuesto que cada puerta tiene un retraso de valor δ, ¿qué **retraso** tendrá cada uno de estos circuitos? (Esto es, lo contrario de la **velocidad** de operación.)

P17.-Se pretende hacer la operación XOR de 9 variables. Sólo dispone de XOR de 2 variables. Muestre al menos dos formas de realizar la función deseada y compárelas en coste y en velocidad.

P18.-Para elementos del álgebra de conmutación, pruebe la validez de cada una de las siguientes implicaciones:

1) $a \cdot b = a \cdot c \Rightarrow b = c$;
2) $a + b = a + c \Rightarrow b = c$;
3) $\{a \cdot b = a \cdot c, \text{ y } a + b = a + c\} \Rightarrow b = c$.

P19.- Compruebe las siguientes igualdades:

a) $XY+\overline{X}Z+YZ=XY+\overline{X}Z$ (Ley del consenso generalizado)
b) $\overline{X}(X+Y)+\overline{Z}+ZY=Y+\overline{Z}$
c) $XY+\overline{(XY)}Z=XY+Z$
d) $\overline{(W+W\overline{X}+YZ)}=\overline{W}(\overline{Y}+\overline{Z})$
e) $\overline{(W[X+Y(Z+\overline{W})])}=\overline{W}+\overline{X}\,\overline{Y}+\overline{X}\,\overline{Z}$
f) $(W+X+Y)(W+\overline{X}+Y)(\overline{Y}+Z)(W+Z)=(W+Y)(\overline{Y}+Z)$

P20.- Encuentre los complementos de las siguientes funciones:

a) $F=(B\overline{C}+\overline{A}D)(A\overline{B}+C\overline{D})$

b) $F=\overline{B}D+\overline{A}B\overline{C}+ACD+\overline{A}BC$

c) $F=[(A\overline{B})A][\overline{(AB)}B]$

d) $F=A\overline{B}+\overline{C}\overline{D}$